

THERMODYNAMIC ANALYSIS OF FRICTION AND WEAR PROCESS

TERMODINAMIČKA ANALIZA PROCESA TRENJA I TROŠENJA

Miloš Banjac¹, Aleksandar Venc¹

¹ Univerzitet u Beogradu – Mašinski fakultet, Kraljice Marije 16, 11120 Beograd 35, Srbija;
mbanjac@mas.bg.ac.rs; avencl@mas.bg.ac.rs

Rewiev paper / Pregledni rad

Abstract

Tribology, as the science and engineering discipline of mechanical engineering, study phenomena and processes on the interacting surfaces in relative motion. It includes the study and application of the principles of friction, wear and lubrication, as well as, phenomena connected with these processes. Given that a process involving friction is always accompanied by transformation of energy, more precisely an energy dissipation process which generate entropy, the concept of the thermodynamic entropy production analysis represent one of appropriate tool for studying and analysing the complex behaviour of this process. This paper presents a review of published works in which the thermodynamic approach was used in analysing the friction and wear processes in tribosystems.

Keywords: friction, wear, energy dissipation, entropy production, non-equilibrium thermodynamics.

Sažetak

Tribologija, kao znanstveno-stručna disciplina unutar strojarstva, izučava pojave i procese na površinama u međusobnom djelovanju, izravnom ili neizravnom dodiru i relativnom kretanju. Drugim riječima tribologija izučava složene probleme trenja, trošenja i podmazivanja, kao i fenomene vezane za ove procese. S obzirom da je proces trenja uvijek praćen procesima transformacije energije, odnosno procesima disipacije energije koji uzrokuju stvaranje entropije, termodinamički pristup analize stvaranja entropije predstavlja jedno od prikladnih sredstava za proučavanje ponašanja kompleksnih procesa trenja i trošenja. Ovaj rad predstavlja pregled objavljenih radova u kojima je termodinamički pristup korišten u analizi procesa trenja i trošenja u tribološkim sustavima.

Ključne reči: trenje, trošenje, disipacija energije, stvaranje entropije, termodinamika neravnotežnih stanja.

UVOD

Pregledom literature, može da se konstatuje da se u najvećem broju radova koji se bave istraživanjima procesa trenja i habanja koristi heuristički pristup, koji je tako postao ne izuzetak, već pravilo za izučavanje ovih procesa [1]. Istovremeno, iako predstavljaju različite pojavne manifestacije istih fizičkih procesa, zbog svoje istorijske razdvojenosti pri proučavanju, modeli razvijeni da opišu procese trenja i habanja uglavnom ostaju bez jasno definisanih korelacija, odnosno definisanih međusobnih zavisnosti [2,3]. Na osnovu ovoga može da se zaključi da, bez obzira na veliki broj predloženih i u literaturi dostupnih modela kojima se opisuju ovi procesi, njihova primenljivost je i dalje, u znatnoj meri, ograničena i nema željenu opštost.

Sa druge strane, iako je nesporno da procesi trenja i habanja po svojoj suštini predstavljaju tipične energetske procese, termodinamičke analize ovih procesa su veoma malo prisutne u tribološkoj literaturi [4]. Tokom ovih procesa dolazi do pretvaranja mehaničkog rada ili kinetičke energije u druge vidove radova, energija i toplotu, kao što su rad trenja, rad plastičnih i/ili elastičnih deformacija, rad habanja, odnosno pretvaranje radova u unutrašnju (termičku), hemijsku, potencijalnu i druge oblike energija. Zbog toga može da se kaže da analiza ovih procesa nikako ne može da se smatra potpunom ukoliko se ona ne izvrši i sa aspekta zakona o održanju energije, odnosno Prvog zakona termodinamike.

Pored svog energetskog karaktera, ovi procesi se dešavaju i uz izraženu disipaciju energije, kao i pri temperaturnoj i hemijskoj neravnoteži, uz neretko ostvarivanje hemijskih reakcija. Zbog toga se ovi procesi neizostavno moraju da se svrstaju i u grupu termodinamički nepovratnih procesa. Otuda je jasno da je radi dobijanja kompletne slike o ovom procesima, njihovu analizu neophodno izvršiti i preko Drugog zakona termodinamike, tj. pomoću bilansa entropije – veličine stanja kojom se opisuje stepen nepovratnosti svih fizičkih procesa.

Zbog svega prethodno navedenog, u ovom radu je prikazan pokušaj da se kroz tipičan termodinamički pristup izvrši opisivanje procesa trenja i habanja. Zbog svoje prirode i potrebe da se opisom obuhvate i procesi razmene materije između kontaktnih površina, odnosno gubitka materije u vidu produkata habanja, tribološki sistem, koji obuhvata oba tela u kontaktu i kontaktnu površinu, tretiran je kao otvoreni termodinamički sistem. Zbog toga je njegovo opisivanje izvršeno kroz tri osnovna zakona definisana za otvorene termodinamičke sisteme: zakona održanja mase (jednačine kontinuiteta), te Prvog i Drugog zakona termodinamike. Za razliku od do sada korišćenog pristupa [4-8] po kome se ovi bilansi definišu u obliku zasnovanom na Prigožinovoј teoriji nepovratnih procesa i Gibsovoj relaciji [9,10], koja kombinuje Prvi i Drugi zakon termodinamike, u ovom radu korišćeni su oblici koji se koriste u klasičnoj tehničkoj termodinamici. Ovo je učinjeno pre svega zbog uočenih nedostataka pri definisanju bilansa prema Prigožinovoј teoriji nepovratnih procesa. Naime, ovako definisani bilansi ne prepoznaju ili suviše komplikovano obuhvataju energetske i entropijske uticaje razmene materije između površina u kontaktu.

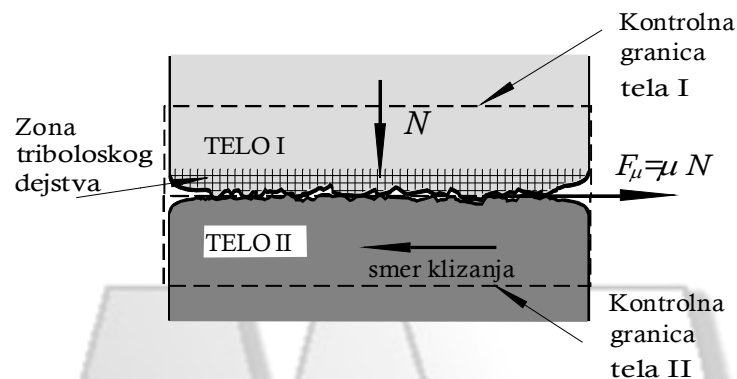
MODEL

Fizički model

Habanje se definiše kao proces nepoželjnog i progresivnog odstranjivanja materijala sa površina čvrstih tela tokom njihovog međusobnog delovanja u relativnom kretanju, dok se pod pojmom trenja podrazumeva pojava koja se manifestuje kao otpor kretanju dva tela u kontaktu ili čestica

unutar čvrstih materija, tečnosti i gasova. Pri tome, trenje koje se javlja na dodirnoj površini, kada se jedno telo kreće ili teži da se kreće po površini drugog, označava se kao spoljašnje trenje i upravo ova vrsta trenja, odnosno habanje koja nastaje u ovom slučaju biće premet ove analize.

Dakle, razmatrani fizički model sastoji se od dva čvrsta tela u direktnom ili indirektnom kontaktu pri njihovom relativnom kretanju. Svako od tela, posmatrano sa termodinamičkog aspekta, predstavlja jedan otvoreni termodinamički sistem, pri čemu granice svakog od ovih podistema obuhvataju spoljašnje konture odgovarajućeg tela i prolaze kroz njihovu dodirnu površinu. Razmena materije između ovih tela, a koja se odvija preko površine kontakta, je upravo razlog da ovi sistemi moraju da se tretiraju kao otvoreni (slika 1).



Slika 1. Fizički model tribološkog sistema i zone kontakta (stvarna površina dodira)

Termodinamički model

Sa prethodno definisanim uslovima, bilans mase za podsystem koji čini telo I (slika 2a), tj. ukupnu promenu mase prvog tela, moguće je definisati sa izrazom:

$$dm_{in} = d(m_I)_{cv} + dm_{out} \quad (1)$$

gde je: $d(m_I)_{cv}$ promena mase tela I u diferencijalno malom trenutku vremena dt , dm_{in} masa materijala koju se sa tela II prenese na telo I i dm_{out} masa materijala tela I koja se habanjem odvoji od tela I (produkti habanja), takođe u diferencijalno malom trenutku vremena dt .

Druga osnovna bilansna jednačina za kontrolnu zapreminu tela I, predstavlja bilans energije ili Prvi zakon termodinamike. Za ovako definisanu kontrolnu zapreminu (slika 2b), ovaj bilans u diferencijalnom obliku, tj. za diferencijalno mali trenutak vremena dt , glasi:

$$\delta Q + \sum_{j=1}^m \delta W_j + u_{in} dm_{in} = d(U)_{cv} - \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i + \sum_{k=1}^r dE_k + u_{out} dm_{out} \quad (2)$$

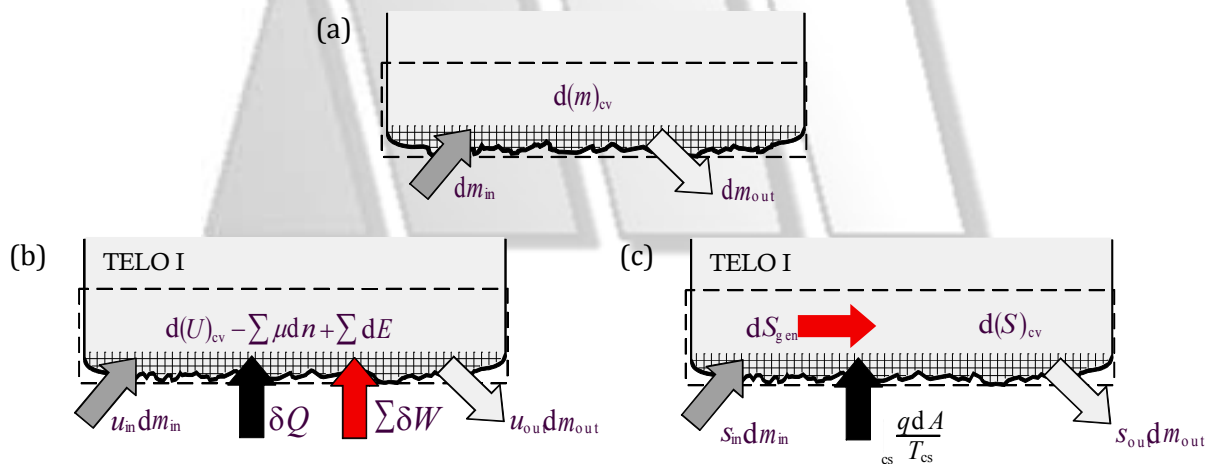
gde je: δQ elementarna količina toplote koja se u diferencijalno malom trenutku vremena preda telu I, δW_j izvršeni j -ti elementaran rad nad telom I (rad za savladavanje sila adhezije i rad za stvaranje deformacija), dU promena unutrašnje (termičke) energije tela I, $\mu_i dn_i$ elementarna energija hemijske reakcije i -te komponente, μ_i hemijski potencijal reakcije i -te komponente, dn_i promena količine (broja molova) i -te komponente usled hemijskih reakcija koje se dešavaju unutar kontrolne zapremine tela I i dE_k elementarna promena ostalih oblika njegove unutrašnje energije npr. elektrohemijske, fotohemijske itd. Za razliku od, u uvodnom delu navedenog, pristupa u skladu sa Prigožinovom teorijom nepovratnih procesa i Gibsovom relacijom, u izrazu (2) pojavljuju se i članovi $u_{in} dm_{in}$ i $u_{out} dm_{out}$, koji predstavljaju energiju koja biva dovedena u kontrolnu zapreminu

tela I masom materijala dm_{in} , odnosno odvedena masom materijala dm_{out} koja usled habanja napusti telo I. Pri tome su sa u_{in} i u_{out} označene specifične unutrašnje energije dovedenog, odnosno odvedenog materijala.

Konačno, treća osnovna bilansna jednačina za kontrolnu zapreminu tela I predstavlja bilans entropije ili Drugi zakon termodinamike (slika 2c). Ovaj zakon u diferencijalnom obliku, tj. za diferencijalno mali trenutak vremena dt glasi:

$$dS_{gen} + \int_{cs} \frac{q dA}{T_{cs}} + s_{in} dm_{in} = d(S)_{cv} + s_{out} dm_{out} \quad (3)$$

gde je sa dS_{gen} označeno nastajanje entropije u kontrolnoj zapremini tela I, prouzrokovano nepovratnim procesima koji se dešavaju unutar kontrolne zapremine (proces disipacije mehaničkog rada, hemijske reakcije, neravnotežni procesi provođenja toplote i materije itd.). U istom izrazu sa $\int_{cs} q dA / T_{cs}$ je definisan priraštaj entropije tela nastao predajom toplote telu, gde je sa q obeležen površinski toplotni protok, dA elementarna površina kontrolne površi, a sa T_{cs} temperatura te elementarne površi. Slično kao i u bilansu energije, i u izrazu (3) članovi $s_{in} dm_{in}$ i $s_{out} dm_{out}$ predstavljaju entropiju koja biva dovedena u kontrolnu zapreminu tela I, masom materijala dm_{in} odnosno iz njega odvedena masom materijala dm_{out} koja usled habanja napusti telo I. Pri tome su sa s_{in} i s_{out} označene specifične entropije dovedenog, odnosno odvedenog materijala. Konačno, članom $d(S)_{cv}$ označena je ukupna promena entropije u kontrolnoj zapremini tela I. Ovaj član je jednak nuli ukoliko postoji jednakost između nastale, dovedene i odvedene entropije u kontrolnu zapreminu.



Slika 2. Šematski prikaz bilansa mase, energije i entropije tribološkog sistema

UZROCI NASTAJANJA ENTROPIJE

Bez obzira na svoju univerzalnost, ovako napisani bilansi su suviše opšteg karaktera i nažalost nemaju praktičnu primenu. Baš zbog toga, svi pokušaji [5,6,11-14] da se slično definisani zakone termodinamike iskoriste za definisanje rada modela triboloških sistema su imali veoma ograničen uspeh. Takođe, dosadašnji pokušaji teorijske razrade pojedinih izraza, zbog ekstremne kompleksnosti dobijenih jednačina i prateće težine njihovog rešavanja nisu doveli do željenog cilja.

Zbog toga su ovde, u cilju praktične upotrebe bilansnih jednačina, iskorišćene postojeće fenomenološke (empirijske) relacije koje definišu pojedine procese koji se dešavaju tokom trenja i habanja. Budući da ove procese povezuju isti uzroci nepovratnosti, kao i da su Klamecki [5], a zatim i Brajant [8] predložili njihovu sistematizaciju, delom će biti iskorišćene u njihovim radovima predložene matematičke relacije.

Među identifikovanim uzrocima nepovratnosti, ovi autori navode: disipaciju rada pri savladaju sila adhezije, disipaciju rada usled plastičnih deformacija i abrazije površine, disipaciju rada pri stvaranje pukotina i naprslina, procese promene agregatnog stanja, hemijske reakcije, provođenje toplote i procese difuzije. U nastavku teksta biće detaljnije obrazloženi svaki od ovih uzroka povećanja entropije.

Disipacija mehaničkog rada pri savladavanju sila adhezije

Disipacija mehaničkog rada pri savladavanju sila adhezije predstavlja rad koji se troši na savladavanje elektromagnetnih međumolekularnih sila privlačenja čvrstih tela na malim rastojanjima. Ova mala rastojanja nastaju između kontaktnih površina elemenata tribološkog sistema tokom procesa trenja i habanja. Tokom ovih procesa rad disipira i pretvara se u druge vidove, najpre toplotnu, a potom i unutrašnju (termičku) energiju.

Budući da se ovaj rad definiše kao proizvod površinske energije γ (u slučaju fluida, površinskog napona fluida) i površine novonastale površi dA_s , njegova energetska vrednost može da se definiše kao:

$$\delta W_{ad} = \gamma dA_s \quad (4)$$

Korišćenjem opšteg izraza koji povezuje predatu količinu toplote δQ , promenu entropije materije i njenu temperaturu T :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (5)$$

pod pretpostavkom potpune disipacije mehaničkog rada pri savladaju sila adhezije, može se definisati promena entropije izazvana ovim nepovratnim procesom kao:

$$dS_{gen,ad} = \frac{\delta W_{ad}}{T_m} = \frac{\gamma}{T_m} dA_s \quad (6)$$

gde je sa T_m označena lokana temperatura tela.

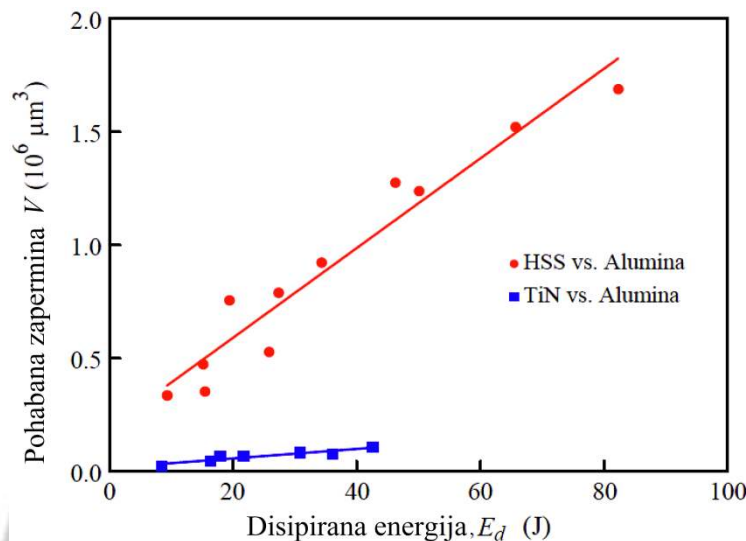
Važno je napomenuti da pod dejstvom ove vrste elektromagnetnih međumolekularnih sila dolazi i do adhezionog habanja materijala. Ovo habanje materijala manifestuje se preraspodelom materijala sa jedne na drugu kontaktnu površinu, kao i stvaranjem produkata habanja. Deo energije, ali i entropije koja se na taj način razmeni između kontrolnih zapremina tela, obuhvaćena je članovima $u_{in}dm_{in}$ i $u_{out}dm_{out}$, odnosno $s_{in}dm_{in}$ i $s_{out}dm_{out}$ koji figurišu u jednačinama (2) i (3). Dakle, ovi članovi $s_{in}dm_{in}$ i $s_{out}dm_{out}$ ne predstavljaju deo generisane entropije, već entropije koja se razmeni zajedno sa razmenom materije.

Disipaciju rada usled plastičnih deformacija i abrazije površine

Proces abrazije materijala, koji nastaje pri njihovom međusobnom kretanju, kao posledica prodiranja vrhova tvrdog materijala u površinske slojeve mekšeg materijala je praćen brazdanjem, odnosno plastičnim deformacijama obe kontaktne površi. Zbog toga rad kojim se izvrši plastična deformacija i abrazija površine tela, može da se definiše kao proizvod rada plastične deformacije svedenog na jedinicu zapremine w_{pl} i elementarne promene zapremine tela dV :

$$\delta W_{pl} = w_{pl} dV \quad (7)$$

Opsežne studije o odnosu abrazije, odnosno plastične deformacije površine i disipacije energije sproveo je Fouvry sa saradnicima [15-17]. Oni su ustanovili da postoji linearna funkcija između zapremine pohabanog materijala i disipirane energije utrošene pri ovom procesu. Za veliki broj ispitanih materijala oni su ovu linearnu vezu predstavili definišući odgovarajuće koeficijente. Jedan od analiziranih slučajeva, sa jasno izraženom linearnom zavisnošću, prikazan je na slici 3.



Slika 3. Linearna zavisnost između disipirane energije prilikom procesa fretting habanja (vibracionog habanje) i pohabane zapremine [15]

Stvaranje entropije izazvano nepovratnim procesom abrazije i plastične deformacije materijala, u skladu sa izrazom (5) može da se odredi kao:

$$dS_{gen,pl} = \frac{\delta W_{pl}}{T_m} = \frac{w_{pl}}{T_m} dV \quad (8)$$

gde je sa T_m označena lokalna temperatura tela.

Disipacija mehaničkog rada pri stvaranju pukotina ili naprslina

Rad kojim se vrši stvaranje pukotina ili naprslina na površini, odnosno frakture površine tela i procesi povezani sa pitingom (habanjem usled površinskog zamora materijala) i donekle erozionim habanjem, definišu se pomoću empirijskog izraza:

$$\delta W_{cr} = (G - 2\gamma) dA_{cr} \quad (9)$$

gde je sa G označena brzina oslobađanja energije pri nastajanju pukotine svedena na jedinicu površine pukotine, sa γ površinska energija i sa A_{cr} površina pukotine. Pri tome, sama brzina oslobađanja energije se definiše kao:

$$G = -\frac{\partial U_{cr}}{\partial A_{cr}} \quad (10)$$

gde je sa U_{cr} označena unutrašnja energija rasta pukotine.

Na osnovu prethodno iznetog, nastajanje entropije izazvano ovim nepovratnim procesom, a u skladu sa izrazom (5) može da se odredi kao:

$$dS_{gen,cr} = \frac{\delta W_{cr}}{T_{cr}} = \frac{(G - 2\gamma)}{T_{cr}} dA_{cr} \quad (11)$$

gde je sa T_{cr} označena lokalna temperatura materijala na mestu pukotine.

Disipacija energije pri procesu promene agregatnog stanja

Energija potrebna za promenu agregatnog stanja, koja se troši prilikom procesa topljenja i kasnije rekristalizacije površine metala, može da se odredi kao proizvod specifične toplote promene tečnog u čvrsto agregatno stanje r_{sol} i mase rastopljenog metala m_{liq} :

$$dE_{phase} = r_{sol} dm_{liq} \quad (12)$$

U skladu sa izrazom (5), i u slučaju disipacije ove energije, nastajanje entropije izazvano ovim nepovratnim procesom može da se odredi iz[8]:

$$dS_{gen,phase} = \frac{dE_{sol}}{T_{phase}} = \frac{r_{sol}}{T_{phase}} dm_{liq} \quad (13)$$

gde je sa T_{phase} označena lokalna temperatura materijala na mestu promene agregatnog stanja.

Stvaranje entropije usled hemijske reakcije

Energija hemijskih reakcija u energetske bilansu zbog posebnog značaja izdvojena je od ostalih energetskih dejstava i u jednačini (2) predstavljena izrazom:

$$dE_{hem} = \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i \quad (14)$$

Odgovarajuće nastajanje entropije uzrokovano dejstvom hemijskih reakcija, u skladu sa izrazom (5) može da se definiše kao:

$$dS_{gen,ch} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i dn_i}{T_{ch}} \quad (15)$$

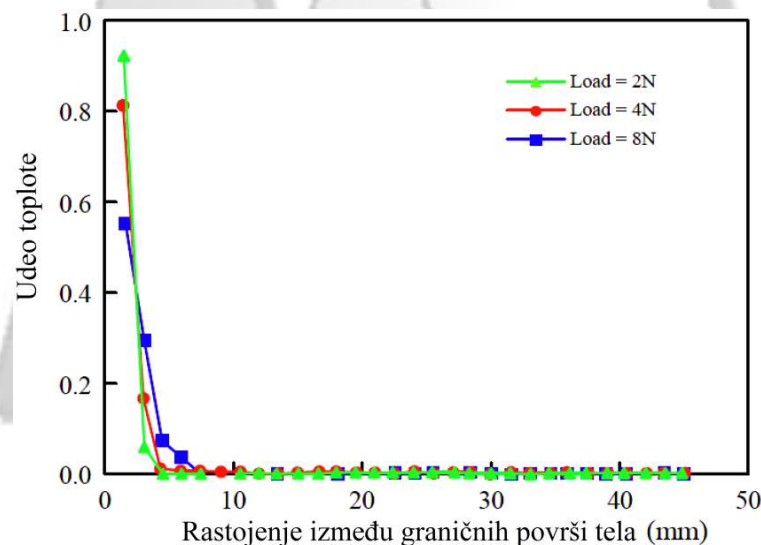
gde je sa T_{ch} označena lokalna temperatura na mestu hemijske reakcije.

Stvaranje entropije usled procesa toplotnog provođenja

Posebno, a važi za sve procese tokom kojih dođe do promene temperature granične površi, dolazi i do procesa provođenja oslobođene količine toplote δQ . Budući da se ovaj proces provođenja toplote kroz materijal ostvaruje u temperaturnoj neravnoteži između temperature na graničnoj površi T_s i temperature tela T_{body} , ovaj proces neizostavno izaziva i stvaranje entropije. Stvaranje entropije izazvano ovim nepovratnim procesom moguće je definisati izrazom [9]:

$$dS_{gen,Q} = \left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_{body}} \right) \delta Q \quad (16)$$

Pri razmatranju oslobođene količine toplote δQ , treba imati u vidu da ona predstavlja samo deo ove ukupne disipirane mehaničke energije. Kao što je navedeno, jedan deo te energije utroši se na plastične deformacije i procese abrazije, nastajanje mikro pukotina, adheziono habanje itd. Određivanjem raspodele mehaničke energije i udela njenog pretvaranja u toplotnu bavili su se Čen i Li [18,19] i Elalem sa saradnicima [20]. Na slici 4 prikazana je raspodela udela disipirane mehaničke energije u toplotu, pri različitim opterećenjima, a u funkciji međusobnog rastojanja površi.



Slika 4. Udeo toplote u ukupno disipiranoj energiji u zavisnosti od rastojanja kontaktnih površina [18]
Stvaranje entropije usled procesa difuzije

Iako u pretpostavljenom fizičkom modelu, nije predviđeno treće telo (fluid koji ima ulogu maziva), u slučaju da ono postoji, potrebno je, kao izvor povećanja entropije tela, uzeti i mogućnost njegovog mešanja u strukturu tela, odnosno njegove difuzije u materijal tela.

ZAKLJUČAK

Iako termodinamički pristup pruža mogućnost sistematične analize ponašanja triboloških sistema, on još uvek nije dovoljno razvijen da bi mogao da ima praktičnu vrednost. Da bi to postao, neophodno ga je obogatiti i dopuniti odgovarajućim konstitutivnim jednačinama koje će povezati osnovne fizičke procese sa njihovim energetskim i entropijskim dejstvima. Za njihovo formiranje

svakako će biti potrebno da se izvrše dopunska, namenska eksperimentalna istraživanja pojedinih procesa. Ipak, bez obzira na svoje nedostatke, ovakav pristup, da se kroz osnovne zakone fizike: bilans mase, bilans energije i bilans entropije dođe do jednog univerzalnog tribološkog modela, zbog svoje metodičnosti u pristupu ostaje i dalje veoma perspektivan.

ZAHVALNOST

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije koje je finansijski podržalo ovaj rad kroz projekte TR 33018, TR 34028 i TR 35021.

LITERATURA

- [1] K.C. Ludema, The state of modeling in friction and wear and a proposal for improving that state, *Journal of Korean Society of Tribologist and Lubrication Engineers*, 11 (1995) 5, 10-14.
- [2] I.V. Kragelskii, *Friction and Wear*, Butterworth and Co., Bath (UK), 1965.
- [3] E. Rabinowicz, *Friction and Wear of Materials*, John Wiley and Sons, New York (USA), 1965.
- [4] M. Amiri, M.M. Khonsari, On the thermodynamics of friction and wear – A review, *Entropy*, 12 (2010) 5, 1021-1049.
- [5] B.E. Klamecki, *Wear – An entropy production model*, *Wear*, 58 (1980) 2, 325-330.
- [6] B.E. Klamecki, A thermodynamic model of friction, *Wear*, 63 (1980) 1, 113-120.
- [7] M.D. Bryant, M.M. Khonsari, F.F. Ling, On the thermodynamics of degradation, *Proceedings of the Royal Society A*, 464 (2008) 2096, 2001-2014.
- [8] M.D. Bryant, Entropy and dissipative processes of friction and wear, *FME Transactions*, 37 (2009) 2, 55-60.
- [9] I. Prigogine, *Etude Thermodynamique des Processus Irreversible*, Desoer, Liege (Belgium), 1967.
- [10] D. Kondepudi, I. Prigogine, *Modern Thermodynamics from Heat Engines to Dissipative Structures*, John Wiley & Sons, Inc., New York (USA), 1998.
- [11] B.E. Klamecki, An entropy-based model of plastic deformation energy dissipation in sliding, *Wear*, 96 (1984) 3, 319-329.
- [12] A. Zmitrowicz, A thermodynamical model of contact, friction and wear: I governing equations, *Wear*, 114 (1987) 2, 135-168.
- [13] A. Zmitrowicz, A thermodynamical model of contact, friction and wear: II constitutive equations for materials and linearized theories, *Wear*, 114 (1987) 2, 169-197.
- [14] A. Zmitrowicz, A thermodynamical model of contact, friction and wear: III Constitutive equations for friction, wear and frictional heat, *Wear*, 114 (1987) 2, 199-221.
- [15] S. Fouvry, P. Kapsa, H. Zahouani, L. Vincent, Wear analysis in fretting of hard coatings through a dissipated energy concept, *Wear*, 203-204 (1997), 393-403.
- [16] S. Fouvry, T. Liskiewicz, Ph. Kapsa, S. Hannel, E. Sauger, An energy description of wear mechanisms and its applications to oscillating sliding contacts, *Wear*, 255 (2003) 1-6, 287-298.

- [17] S. Fouvry, C. Paulin, T. Liskiewicz, Application of an energy wear approach to quantify fretting contact durability: Introduction of a wear energy capacity concept, *Tribology International*, 40 (2007) 10-12, 1428-1440.
- [18] Q. Chen, D.Y. Li, A computational study of frictional heating and energy conversion during sliding processes, *Wear*, 259 (2005) 7-12, 1382-1391.
- [19] Q. Chen, D.Y. Li, Computer simulation of solid-particle erosion of composite materials, *Wear*, 255 (2003) 1-6, 78-84.
- [20] K. Elalem, D.Y. Li, M.J. Anderson, S. Chiovelli, Modeling abrasive wear of homogeneous and heterogeneous materials, *ASTM STP 1339*, 2001, 90-104.

